



БИКРИТЕРИАЛЬНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА ПЕРЕВОЗКИ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУЗОВ НА РАЗНОРОДНОМ ТРАНСПОРТЕ

*Д.Л. Головцов, старший преподаватель кафедры системного анализа и логистики ГУАП
М.С. Колокольцова, бакалавр ГУАП направления “Технология транспортных процессов”*

К современному рынку грузоперевозок, помимо минимизации транспортных издержек, предъявляются многочисленные дополнительные требования, являющиеся зачастую более значимыми, чем фактор стоимости предоставляемой услуги. Задача определения наиболее рационального способа транспортировки некоторого продукта довольно часто может быть описана с помощью транспортных моделей. Стандартная транспортная задача заключается в отыскании такого плана перевозок, при котором суммарная стоимость перевозок минимальна.

Однако во многих практических задачах минимизацию суммарной стоимости перевозок необходимо решать совместно с другими требованиями, которые тоже должны быть выполнены.

Ключевые слова: транспортная система, нелинейная задача, оптимизация доставки грузов.

К современному рынку грузоперевозок, помимо минимизации транспортных издержек, предъявляются многочисленные дополнительные требования, являющиеся зачастую более значимыми, чем фактор стоимости предоставляемой услуги. К данным требованиям можно отнести доставку продукции в нужное время (точно в срок), в нужное место, в необходимом количестве; оперативное и безошибочное оформление документов, сопровождающих доставку; сохранение определенных потребительских характеристик продукции и т.д.

Задача определения наиболее рационального способа транспортировки некоторого продукта довольно часто может быть описана с помощью транспортных моделей. Стандартная транспортная задача заключается в отыскании такого плана перевозок, при котором суммарная стоимость перевозок минимальна.

Однако во многих практических задачах минимизацию суммарной стоимости перевозок необходимо решать совместно с другими требованиями, которые тоже должны быть выполнены.

Очевидно, эта проблема может быть решена с помощью любого из методов многокритериальной оптимизации [1]. Эти методы различны по своей природе и в общем случае дают решения, не совпадающие между собой, а вычислительная сложность такого класса задач является достаточно высокой [2].

Например, доставка скоропортящихся продуктов предполагает минимизацию максимального времени доставки, что может привести к увеличению стоимости перевозок, т.е. необходимо найти решение бикритериальной транспортной задачи:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m f_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\max_{(i,j)} \{t_{ij} : x_{ij} > 0\} \rightarrow \min. \quad (2)$$

В дополнение к этому, в реальной ситуации необходимо учесть и другие факторы и ресурсы.

Рассмотрим задачу доставки разнономенклатурных скоропортящихся продуктов разнородным транспортом с двумя целевыми функциями (1), (2).



Пусть для обеспечения перевозок может быть использовано s автохозяйств, в каждом из которых r типов автомашин. Машины разных типов, обладая различными эксплуатационными характеристиками и разной скоростью, могут доставлять любой из m грузов каждому из n потребителей.

Расстояние от места расположения g -го автохозяйства ($g = 1, \dots, s$) до пункта производства i -го груза ($i = 1, \dots, m$) известно. Известна скорость машин k -го типа ($k = 1, \dots, r$) для всех маршрутов. Известно время погрузки и разгрузки машин каждого типа в каждом пункте назначения. С учетом этой информации можно определить t_{ijgk} время занятости одной машины k -го типа g -го автохозяйства на работах по перевозке i -го груза j -му потребителю.

Математическую модель данной задачи можно представить в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{g=1}^s \sum_{k=1}^r t_{ijgk} x_{ijgk} \rightarrow \min \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ijgk} \leq a_{gk} \quad \forall g, k \quad (4)$$

$$\sum_{g=1}^s \sum_{k=1}^r d_{ij} x_{ijgk} = c_{ij} \quad \forall i, j \quad (5)$$

$$x_{ijgk} \geq 0 \quad \forall i, j, g, k, \quad (7)$$

где a_{gk} – количество машин k -го типа в g -ом автохозяйстве,

c_{ij} – число единиц i -го груза, подлежащего перевозке j -му потребителю,

d_{ij} – число единиц i -го груза, которое перевозится в j -ый пункт назначения на одной машине (определяется по известной грузоподъемности машин),

x_{ijgk} – количество машин k -го типа из g -го автохозяйства, предназначенных для перевозки i -го груза j -му потребителю.

Полученная четырехиндексная задача путем преобразований может быть сведена к классической двухиндексной транспортной задаче достаточно общим для многих задач способом [3].

В новых обозначениях задача сводится к вычислению переменных $z_{\lambda\mu}$, обращающих в минимум линейную форму:

$$\sum_{\lambda=1}^{mn} \sum_{\mu=1}^{sr} \tau_{\lambda\mu} z_{\lambda\mu} \rightarrow \min \quad (8)$$

$$\sum_{\lambda=1}^{mn} z_{\lambda\mu} \leq b_{\mu}, \quad \mu = 1, 2, \dots, sr \quad (9)$$

$$\sum_{\mu=1}^{sr} z_{\lambda\mu} = g_{\lambda}, \quad \lambda = 1, 2, \dots, mn \quad (10)$$

$$z_{\lambda\mu} \geq 0 \quad \forall \lambda, \mu, \quad (11)$$

где $\tau_{\lambda\mu} = t_{ijgk}$, $z_{\lambda\mu} = x_{ijgk}$.



Однако, целевая функция (8) минимизирует суммарное время перевозок, в то время как требуется определить план перевозок, для которого время наиболее продолжительной перевозки достигает минимума, т.е.

$$\max_{(\lambda, \mu)} \{ \tau_{\lambda\mu} : z_{\lambda\mu} > 0 \} \rightarrow \min. \quad (12)$$

Решение данной задачи сводится к решению задачи о максимальном потоке [4].

Целевая функция (1) может быть представлена в следующем виде:

$$\sum_{\lambda=1}^{mn} \sum_{\mu=1}^{sr} f'_{\lambda\mu} z_{\lambda\mu} \rightarrow \min, \quad (13)$$

где $f'_{\lambda\mu} = f_{ijgk}$ – стоимость перевозки i -го груза j -му потребителю одной машиной k -го типа g -го автохозяйства.

Решение задачи (13), (9) – (11) позволит определить план перевозок, минимизирующий суммарную стоимость доставки.

Очевидно, что с увеличением минимального времени $\tau_{\lambda\mu}$ будет уменьшаться суммарная стоимость перевозки и наоборот.

Таким образом, для данной задачи не существует оптимального решения, обеспечивающего оптимум всем частным целевым функциям исходной задачи.

Одним из основных, фундаментальных понятий при исследовании таких задач является понятие оптимального по Парето, или эффективного решения. Оно представляет собой обобщение понятия точки максимума (минимума) числовой функции на случай нескольких функций: решение Парето-оптимально, если значение любого из критериев можно улучшить лишь за счет ухудшения значений остальных критериев [5].

Одним из наиболее простых методов нахождения Парето-оптимального решения с двумя критериями является метод последовательных уступок [6], предполагающий, что лицо, принимающее решения, подводится к выбору решения путём постепенного ослабления первоначальных требований.

Таким образом, нахождение решения исходной четырёхиндексной бикритериальной нелинейной задачи можно привести к нахождению решений нескольких достаточно несложных задач, что значительно упрощает процедуру управления транспортным предприятием в части оптимизации автотранспортного парка, снижения транспортных издержек и выполнения временных условий доставки груза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. — М.: Наука, 1983.
2. Diaz Joze A. Solving multiobjective transportation problems. Econ-math overview, 15, 1979, pp. 62-73
3. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Задачи линейного программирования транспортного типа.- М. Наука, 1969-384с
4. Триус Е.Б. Задачи математического программирования транспортного типа.- М. Советское радио, 1967-204с.
5. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето – оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982.
6. Шикин Е. В., Шикина Г. Е. Исследование операций : учеб. — М. : ТК Велби, Изд-во Проспект, 2006. — 280 с.